

[Ce document se trouve en ligne sur la page <http://s.dugowson.free.fr/enseignement>]

SUPMECA 2011-2012

**Repères pour le cours MAPP
(mathématiques pour l'ingénieur)**

Cours assuré par M. Stéphane Dugowson
<s.dugowson@gmail.com>

- * 10 cours de 1h30, regroupés en 5 demi-journées de 3 heures
- * 10 séances de TD (pour chaque étudiant), de 1h30.
- * Examen : 9 décembre 2011, sur l'ensemble du programme, sans documents ni calculatrices.

A titre indicatif, voici les dates des cours et TD selon le contenu :

I. Vecteurs et autres tenseurs.	cours : 9 septembre 2011.	TD : 13 septembre.
II. Les distributions.	cours : 22 septembre 2011.	TD : 27 septembre, 4 octobre, 11 octobre
III. Convolution	cours : 14 octobre 2011.	TD : 18 octobre
IV. Transformée de Laplace des distributions causales.	cours : 4 novembre 2011.	TD : 8, 15, 22 novembre
V. Transformée de Fourier des distributions tempérées.	cours : 25 novembre 2011.	TD : 29 novembre, 6 décembre.

A propos des polys...

Lorsqu'un auteur produit un nouvel ouvrage sur un sujet classique, il commence par expliquer pourquoi il a éprouvé le besoin de réaliser un tel travail. S'agissant du programme indiqué précédemment, je n'ai trouvé aucune raison d'ajouter un ouvrage supplémentaire, ne serait-ce qu'un poly, aux nombreux excellents qui existent déjà.

Ainsi, les étudiants qui souhaiteraient pouvoir s'appuyer sur des ouvrages publiés pour

consolider leur compréhension du cours pourront utilement se rapporter aux titres suivants, disponibles en consultation et en prêt à la bibliothèque de Supméca :

***Distribution et transformée de Fourier*, F. Roddier, Ediscience, 1971.**

***L'outil mathématique (Enseignement de la physique)*, R. Petit, Masson, 1995**

Par ailleurs, divers documents de qualité ont été rédigés et mis en ligne par d'excellents enseignants et/ou chercheurs d'autres établissements, ainsi :

[Lotfi Belkoura, Introduction aux distributions.](#)

[Olivier Rioul : théorie des distributions, transformée de Fourier et convolution](#)

[Thomas Cluzeau, Mathématiques pour l'ingénieur](#)

On en trouvera d'autres, [en suivant ce lien](#).

Plan du cours

I. Tenseurs

0. Motivation

1. Produit tensoriel de deux espaces vectoriels

2 Les tenseurs de divers types

2.1 Définition

2.2 Notations

2.3 Changements de bases

2.4 Tenseurs d'ordre 0 : scalaires

2.5 Tenseurs de type (1, 0) : l'espace primal

2.6 Tenseurs de type (0, 1) : l'espace dual

2.7 Tenseurs de type (1, 1) : endomorphismes

2.8 Tenseurs de type (0, 2) : formes bilinéaire

2.9 Tenseurs de type (2, 0)

2.10 Equivalence euclidienne entre formes bilinéaires et endomorphismes

2.11 Tenseurs d'ordres supérieurs : limites de la notation matricielle

II. Distributions

0 Motivation

1 Définition des distributions

- 1.1 Un espace de fonctions test
- 1.2 Représentation des fonctions continues
- 1.3 Notion de fonction localement intégrable
- 1.4 Représentation des fonctions localement intégrables
- 1.5 Dualité algébrique/dualité topologiques
- 1.6 Topologie séquentielle de D
- 1.7 Définition des distributions de la variable réelle
- 1.8 Exemples de distributions
- 1.9 Injection des fonctions localement intégrables dans l'espace des distributions
- 1.10 Distributions régulières, distributions singulières

2 Opérations sur les distributions

- 2.1 Un espace vectoriel topologique
- 2.2 Support
- 2.3 Translation
- 2.4 Transposition
- 2.5 Changement d'échelle
- 2.6 Produit par une fonction régulière
- 2.7 Dérivée des distributions

3 Suites et séries de distribution

4 Distributions à support compact

III. Convolution

0 Motivation

1 Définition du produit de convolution

2 Propriétés

- 2.1 Élément neutre
- 2.2 Associativité conditionnelle
- 2.3 Commutativité
- 2.4 Support
- 2.5 Conditions suffisantes d'existence ; espaces stables
- 2.6 Produit de convolution et dérivation
- 2.7 Produit de convolution et translation
- 2.8 Continuité du produit de convolution

IV. Transformation de Laplace

0 Motivation

1 Transformée de Laplace bilatérale B

- 1.1 Cas des fonctions « classique »
- 1.2 Cas des distributions à support compact
- 1.3 Allure du domaine de convergence dans le plan complexe
- 1.4 $B(1)$?

2 Transformée de Laplace (unilatérale) des distributions : L

- 2.1 Définition
- 2.2 Abscisse de convergence
- 2.3 Formules
 - 2.3.1 Linéarité, trivialisations, Dirac
 - 2.3.2 Transformée des dérivées
 - 2.3.3 Produit par une puissance de la variable
 - 2.3.4 Transformée des primitives
 - 2.3.5 Transformée des translations
 - 2.3.6 Modulation, fonctions périodiques à droite
 - 2.3.7 Transformation inverse : cas des fractions rationnelles
- 2.4 Application aux équations différentielles linéaires à coefficients constants
- 2.5 Fonction de transfert. Exemple en viscoélasticité

V. Transformation de Fourier

0 Motivation

1 Définition de la transformée de Fourier

- 1.1 Transformée de Fourier des distributions à support compact .
- 1.2 La clé de la définition
- 1.3 Recherche du bon espace de fonctions test
- 1.4 Propriétés de F sur S
- 1.5 Définition des distributions tempérées
- 1.6 Définition de la transformée de Fourier

2 Formules

- 2.1 Linéarité, trivialisations, Dirac
- 2.2 Transformée des dérivées ; produit par une puissance de la variable
- 2.3 Transformée de Fourier de H
- 2.4 Transformée des translations ; modulation
- 2.5 Transformée de la transformée et transformation inverse

3 Théorème d'échantillonnage